

1^a Frequência de MATEMÁTICA I

Ano letivo: 2019/2020

1º Semestre

Data: 8/11/2019

Curso: Licenciatura em Gestão

Duração: 2 h

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que:

- Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos electrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa;
- Não transmitam as questões da prova a outras pessoas;
- Mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação;
- Usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova. A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

FORMULÁRIO

Tabela 1: Regras de Primitivação Imediata Generalizadas

$f(x)$	$\int f(x) dx$
$u'(x)u^p(x)$, $p \neq -1$	$\frac{u^{p+1}(x)}{p+1} + C$
$\frac{1}{\ln a} \frac{u'(x)}{u(x)}$	$\log_a u(x) + C$
$\frac{u'(x)}{1+u^2(x)}$	$\arctg(u(x)) + C$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{1-u^2(x)}}$	$\arcsin(u(x)) + C$
$u'(x)a^{u(x)}$	$\frac{a^{u(x)}}{\ln a} + C$
$u'(x)\sinh(u(x))$	$\cosh(u(x)) + C$
$u'(x)\cosh(u(x))$	$\sinh(u(x)) + C$
$u'(x)\sin(u(x))$	$-\cos(u(x)) + C$
$u'(x)\cos(u(x))$	$\sin(u(x)) + C$
$u'(x)\tg(u(x))$	$\ln \sec(u(x)) + C$
$u'(x)\sec^2(u(x))$	$\tg(u(x)) + C$
$u'(x)\sec(u(x))\tg(u(x))$	$\sec(u(x)) + C$

Fórmula de Primitivação por Partes:

$$\int f(x)g(x) dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x) dx$$

sendo F uma primitiva de f .

Atenção: Respostas sem justificação não serão consideradas.

1. Usando a regra de L'Hôpital, calcule apenas um dos limites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos(3x) - 1)x^{-2} \quad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{-3x+1}(3x-1)^2.$$

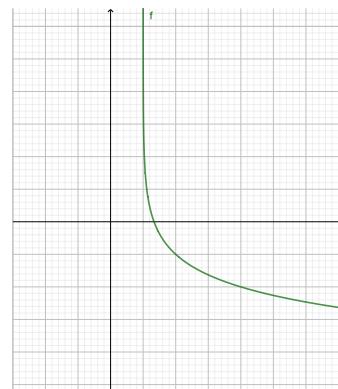
2. Suponha que o custo total de produção de uma empresa é dado, em unidades monetárias (u. m.), por $C(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 10x + \frac{25}{3}$, sendo x a quantidade de unidades produzidas de um produto.

- (a) Defina as funções custo médio e custo marginal. [O custo marginal é a derivada da função custo.]
- (b) Determine o número de unidades produzidas que minimiza o custo médio e indique o valor do custo médio mínimo.
- (c) Considere o princípio económico que estabelece "O custo médio tem um mínimo que ocorre no valor de produção para o qual o custo marginal coincide com o custo médio." Explique a matemática deste princípio económico.

3. Considere a função $f : D \rightarrow \mathbf{R}$ definida por

$$f(x) = \log_{1/3}(3x-3)$$

e a sua representação gráfica:



- (a) Determine o domínio, o zero, o contradomínio de f e as assíntotas do gráfico de f , caso existam. Justifique, apresentando os cálculos.
- (b) O gráfico de f tem pontos de inflexão? Justifique, apresentando os cálculos.
- (c) Será que f tem inversa? Em caso afirmativo, defina f^{-1} e esboce o seu gráfico.

4. Verifique que: $\int \sqrt{2x-x^2} dx = \frac{(x-1)\sqrt{2x-x^2} + \arcsin(x-1)}{2} + C$ onde $C \in \mathbf{R}$ é uma constante.

5. Determine o conjunto de todas as primitivas de apenas duas funções definidas pelas expressões analíticas:

$$(a) \frac{7}{4+x^2} \quad (b) \frac{2x^2-3x+3}{x^2-4} \quad (c) x \sinh(3x).$$

6. Utilizando a mudança de variável $x = e^t$ determine $\int \frac{\ln x^2 - 2}{x^3} dx$.

7. Resolva a equação diferencial $\sin y y' = \frac{2 \cos y}{1-x}$ e diga, justificando, se alguma das soluções é uma função constante.

Tabela 2: Cotação em valores

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7
2,0	3,0	4,0	2,5	4,0	2,5	2,0