



1º Teste de MATEMÁTICA I — TP4 (3ª feira)

Ano letivo: 2020/2021

1º Semestre

Data: 17/11/2020

Curso: Licenciatura em Gestão

Duração: 60 minutos

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que:

- Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa;
- Não transmitam as questões da prova a outras pessoas;
- Mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação;
- Usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova. A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

FORMULÁRIO

Tabela 1: Regras de Primitivação Imediata Generalizadas

$f(x)$	$\int f(x) dx$
$u'(x)u^p(x)$, $p \neq -1$	$\frac{u^{p+1}(x)}{p+1} + C$
$\frac{1}{\ln a} \frac{u'(x)}{u(x)}$	$\log_a u(x) + C$
$\frac{u'(x)}{1+u^2(x)}$	$\arctg(u(x)) + C$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{1-u^2(x)}}$	$\arcsin(u(x)) + C$
$u'(x)a^{u(x)}$	$\frac{a^{u(x)}}{\ln a} + C$
$u'(x) \sinh(u(x))$	$\cosh(u(x)) + C$
$u'(x) \cosh(u(x))$	$\sinh(u(x)) + C$
$u'(x) \sin(u(x))$	$-\cos(u(x)) + C$
$u'(x) \cos(u(x))$	$\sin(u(x)) + C$
$u'(x) \operatorname{tg}(u(x))$	$\ln \sec(u(x)) + C$
$u'(x) \sec^2(u(x))$	$\operatorname{tg}(u(x)) + C$
$u'(x) \sec(u(x)) \operatorname{tg}(u(x))$	$\sec(u(x)) + C$

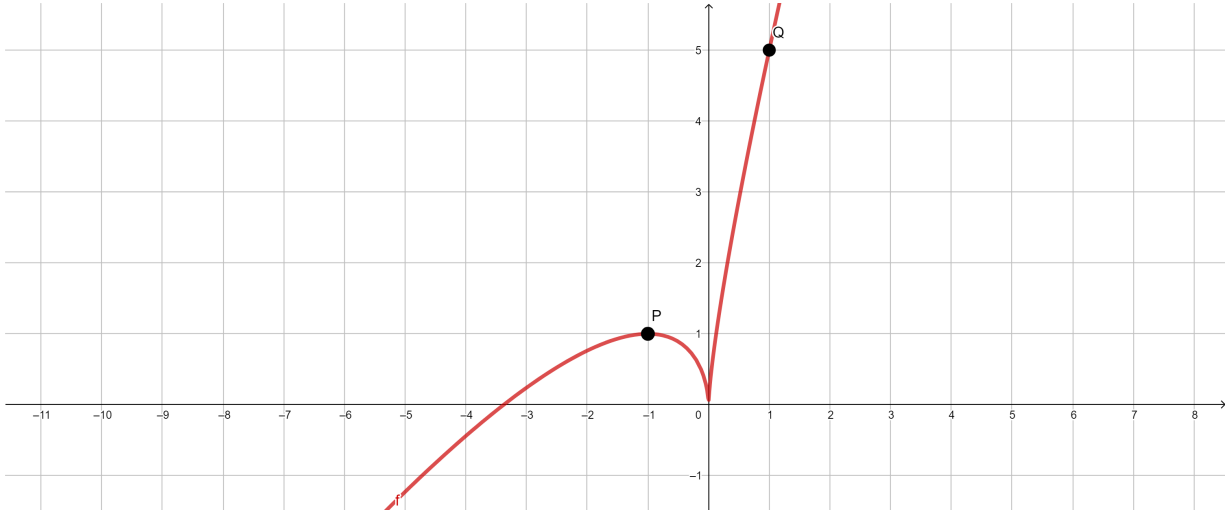
Fórmula de Primitivação por Partes:

$$\int f(x)g(x) dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x) dx$$

sendo F uma primitiva de f .

Atenção: Respostas sem justificação não serão consideradas.

1. Na figura está traçado o gráfico de uma função f de domínio $\mathbb{R}$, e dois pontos P e Q de coordenadas $P = (-1, 1)$ e $Q = (1, 5)$, respectivamente:



(a) Das afirmações abaixo, indique apenas a afirmação incorrecta:

(A) $x = -1$ é um maximizante local de f no intervalo $[-3, 0]$

(B) $f'(-1) = 0$

(C) $x = 0$ é um minimizante local de f no intervalo $[-3, 1]$

(D) $f'(0) = 0$

Resposta: _____

(b) Com base no estudo do gráfico de f , posso ainda concluir que:

(A) $f(-4)f(0) < 0$

(B) $f(-4)f(-3) > 0$

(C) $\frac{f(-1) - f(1)}{2} < 0$

(D) $\frac{f(-1) - f(1)}{2} > 0$

Resposta: _____

(c) Indique em qual dos intervalos abaixo a função f admite inversa:

(A) $] - \infty, -1]$

(B) $] - \infty, 0]$

(C) $] - \infty, -1] \cup [0, +\infty[$

(D) Nenhuma das anteriores.

Resposta: _____

2. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e f uma função definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 3x - 4} & , \text{se } x < -1 \\ a & , \text{se } x = -1 \\ b - \ln(x + 2) & , \text{se } x > -1 \end{cases}$

i) Determine para que valores de a, b a função f é contínua em -1 .

ii) Determine $f'(-1)$, caso exista.

iii) Escreva a equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $x = 0$.

Nota: Se não resolveu o item i) considere $a = \frac{1}{3}$ e $b = \frac{2}{3}$.

3. Usando a regra de L'Hôpital, calcule $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{\tan^2(\pi x)}$.

4. Determine os extremos relativos e absolutos da função f definida por $f(x) = x + \cos(2\pi x)$ no intervalo fechado $[0, 1]$.

5. Calcule apenas duas das seguintes primitivas:

(a) $\int \frac{x + 1 + \cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

(b) $\int \frac{x^2}{x^2 - 2x - 8} dx$

(c) $\int \arctan(2x) dx$.

Tabela 2: Cotação em valores

1.	2.	3.	4.	5.
3,0	4,0	3,0	4,0	6,0



1º Teste de MATEMÁTICA I — TP3 (4ª feira)

Ano letivo: 2020/2021

1º Semestre

Data: 18/11/2020

Curso: Licenciatura em Gestão

Duração: 60 minutos

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que:

- Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa;
- Não transmitam as questões da prova a outras pessoas;
- Mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação;
- Usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova. A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

FORMULÁRIO

Tabela 1: Regras de Primitivação Imediata Generalizadas

$f(x)$	$\int f(x) dx$
$u'(x)u^p(x)$, $p \neq -1$	$\frac{u^{p+1}(x)}{p+1} + C$
$\frac{1}{\ln a} \frac{u'(x)}{u(x)}$	$\log_a u(x) + C$
$\frac{u'(x)}{1+u^2(x)}$	$\arctg(u(x)) + C$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{1-u^2(x)}}$	$\arcsin(u(x)) + C$
$u'(x)a^{u(x)}$	$\frac{a^{u(x)}}{\ln a} + C$
$u'(x) \sinh(u(x))$	$\cosh(u(x)) + C$
$u'(x) \cosh(u(x))$	$\sinh(u(x)) + C$
$u'(x) \sin(u(x))$	$-\cos(u(x)) + C$
$u'(x) \cos(u(x))$	$\sin(u(x)) + C$
$u'(x) \operatorname{tg}(u(x))$	$\ln \sec(u(x)) + C$
$u'(x) \sec^2(u(x))$	$\operatorname{tg}(u(x)) + C$
$u'(x) \sec(u(x)) \operatorname{tg}(u(x))$	$\sec(u(x)) + C$

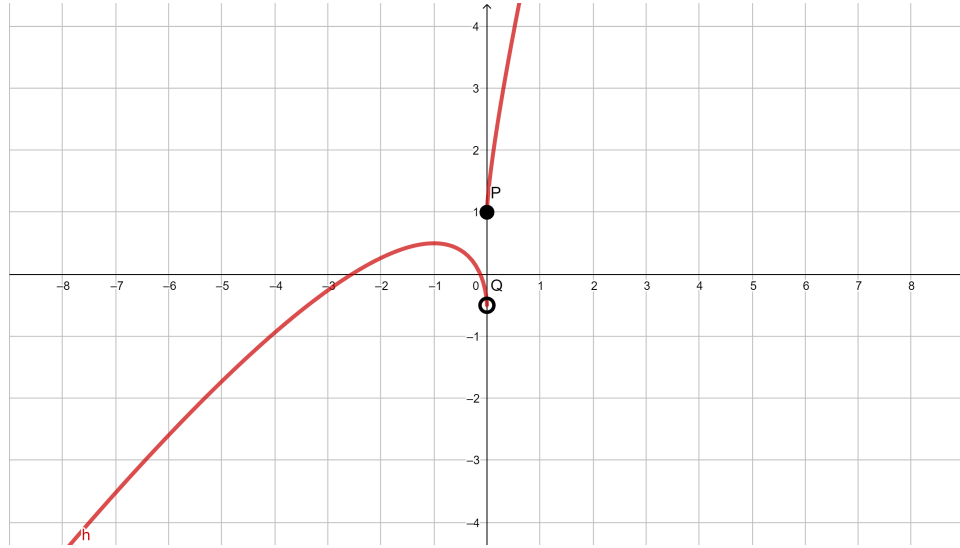
Fórmula de Primitivação por Partes:

$$\int f(x)g(x) dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x) dx$$

sendo F uma primitiva de f .

Atenção: Respostas sem justificação não serão consideradas.

1. Na figura está traçado o gráfico de uma função h num referencial ortonormado, e P, Q dois pontos de coordenadas $P = (0, 1)$ e $Q = (0, -\frac{1}{2})$, respectivamente:



(a) Das afirmações abaixo, indique apenas a incorrecta:

- (A) $x = -1$ é um maximizante de h no intervalo $[-4, 0[$ (B) $h'(-2) < 0$
 (C) h não é injectiva (D) $h'(0)$ não existe

Resposta: _____

(b) Indique em qual dos intervalos abaixo a função h admite inversa:

- (A) $] -\infty, -1]$ (B) $] -\infty, 0[$
 (C) $\mathbb{R}$ (D) Nenhuma das anteriores.

Resposta: _____

(c) Com base no estudo do gráfico de h , posso ainda concluir que:

- (A) Teorema/Corolário de Bolzano-Weierstrass aplicável a h em $[-3, 0]$ (B) $h'(-3) < 0$
 (C) Teorema/Corolário de Bolzano-Weierstrass aplicável a h em $[-3, -1]$ (D) $h'(-1) > 0$.

Resposta: _____

2. Seja g definida por $g(x) = \begin{cases} \arcsin(x) & \text{se } |x| \leq 1 \\ \frac{x^2 + 4}{\sqrt{x^2 - 1}}, & \text{se } |x| > 1 \end{cases}$

i) Estude a continuidade e a diferenciabilidade de g no seu domínio.

ii) Determine as assíntotas ao gráfico de g , caso existam.

iii) Escreva a equação da recta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa $x = \frac{1}{2}$.

3. Usando a regra de L'Hôpital, calcule $\lim_{x \rightarrow 2^+} \ln(2x - 4) \cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)$.

4. Determine os extremos relativos e absolutos da função f definida por $f(x) = \pi x - \sin(\pi x)$ no intervalo fechado $[-1, 1]$.

5. Calcule apenas duas das seguintes primitivas:

(a) $\int \frac{x - 2 + \arctan(3x)}{1 + 9x^2} dx$

(b) $\int \frac{x^2}{x^2 - x - 6} dx$

(c) $\int (x - 1) \ln\left(\frac{x^2}{3}\right) dx$.

Tabela 2: Cotação em valores

1.	2.	3.	4.	5.
3,0	4,0	3,0	4,0	6,0



1º Teste de MATEMÁTICA I — TP4 (5ª feira)

Ano letivo: 2020/2021

1º Semestre

Data: 19/11/2020

Curso: Licenciatura em Gestão

Duração: 60 minutos

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que:

- Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa;
- Não transmitam as questões da prova a outras pessoas;
- Mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação;
- Usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova. A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

FORMULÁRIO

Tabela 1: Regras de Primitivação Imediata Generalizadas

$f(x)$	$\int f(x) dx$
$u'(x)u^p(x)$, $p \neq -1$	$\frac{u^{p+1}(x)}{p+1} + C$
$\frac{1}{\ln a} \frac{u'(x)}{u(x)}$	$\log_a u(x) + C$
$\frac{u'(x)}{1+u^2(x)}$	$\arctg(u(x)) + C$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{1-u^2(x)}}$	$\arcsin(u(x)) + C$
$u'(x)a^{u(x)}$	$\frac{a^{u(x)}}{\ln a} + C$
$u'(x) \sinh(u(x))$	$\cosh(u(x)) + C$
$u'(x) \cosh(u(x))$	$\sinh(u(x)) + C$
$u'(x) \sin(u(x))$	$-\cos(u(x)) + C$
$u'(x) \cos(u(x))$	$\sin(u(x)) + C$
$u'(x) \operatorname{tg}(u(x))$	$\ln \sec(u(x)) + C$
$u'(x) \sec^2(u(x))$	$\operatorname{tg}(u(x)) + C$
$u'(x) \sec(u(x)) \operatorname{tg}(u(x))$	$\sec(u(x)) + C$

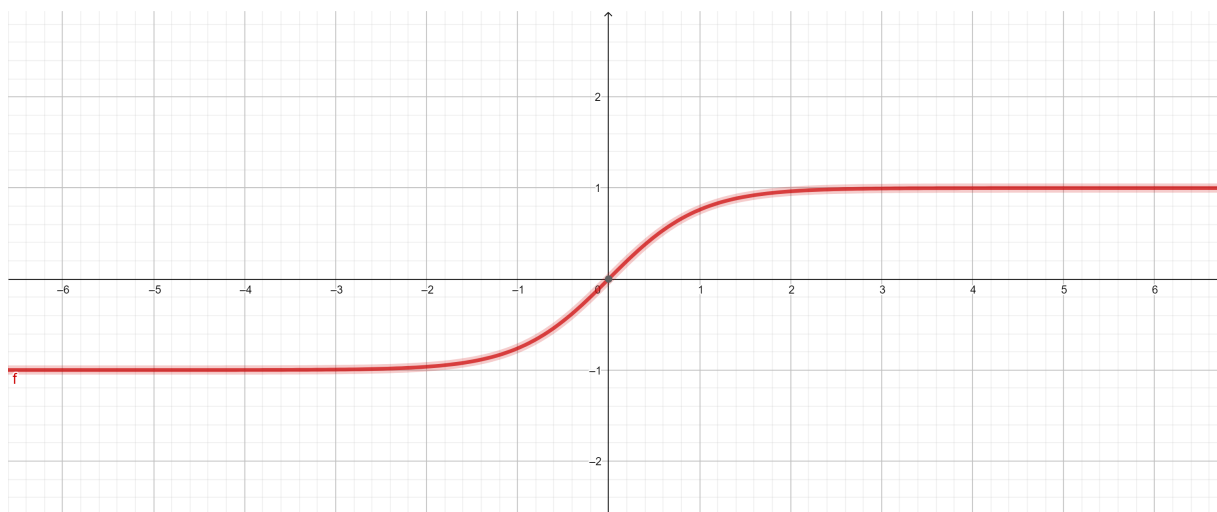
Fórmula de Primitivação por Partes:

$$\int f(x)g(x) dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x) dx$$

sendo F uma primitiva de f .

Atenção: Respostas sem justificação não serão consideradas.

1. Na figura está traçado o gráfico de uma função f , de domínio $\mathbb{R}$:



- (a) Das afirmações abaixo, indique apenas a afirmação incorrecta:

- (A) $f'(0) = 0$ (B) O gráfico de f admite assíntotas horizontais
(C) A função f é limitada (D) $(0,0)$ é um ponto de inflexão do gráfico de f

Resposta: _____

- (b) Com base no estudo do gráfico de f , posso ainda concluir que o gráfico da função inversa f^{-1} :

- (A) É limitada (B) Admite assíntotas horizontais
(C) É estritamente decrescente (D) Admite assíntotas verticais

Resposta: _____

- (c) Com base no estudo do gráfico de f , posso ainda concluir que o gráfico da função g definida por

$$g(x) = x + 1 - f(x)$$

admite como assíntotas oblíquas:

- (A) As rectas $y = x - 2$ e $y = x$ (B) As rectas $y = x - 1$ e $y = x + 1$
(C) As rectas $y = x$ e $y = x + 2$ (D) Nenhuma das anteriores.

Resposta: _____

2. Seja g definida por $g(x) = \begin{cases} \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right), & \text{se } |x| < 1 \\ \frac{\sqrt{x^4 - 1}}{2x}, & \text{se } |x| \geq 1 \end{cases}$

i) Estude a continuidade e a diferenciabilidade de g no seu domínio.

ii) Determine as assíntotas ao gráfico de g , caso existam.

iii) Escreva a equação da recta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa $x = \frac{1}{3}$.

3. Usando a regra de L'Hôpital, calcule $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{\tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)} - \frac{2x - 1}{x \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)} \right)$.

4. Determine os extremos relativos e absolutos da função f definida por $f(x) = 6\sqrt[6]{x^5} - 5x$ no intervalo fechado $[0, 4]$.

5. Calcule apenas duas das seguintes primitivas:

(a) $\int \frac{e^{2x-5}}{\sqrt{1-e^{4x}}} dx$

(b) $\int \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} dx$

(c) $\int x\sqrt{x+9} dx$.

Tabela 2: Cotação em valores

1.	2.	3.	4.	5.
3,0	4,0	3,0	4,0	6,0



1º Teste de MATEMÁTICA I — TP3 (5ª feira)

Ano letivo: 2020/2021

1º Semestre

Data: 19/11/2020

Curso: Licenciatura em Gestão

Duração: 60 minutos

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que:

- Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa;
- Não transmitam as questões da prova a outras pessoas;
- Mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação;
- Usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova. A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

FORMULÁRIO

Tabela 1: Regras de Primitivação Imediata Generalizadas

$f(x)$	$\int f(x) dx$
$u'(x)u^p(x)$, $p \neq -1$	$\frac{u^{p+1}(x)}{p+1} + C$
$\frac{1}{\ln a} \frac{u'(x)}{u(x)}$	$\log_a u(x) + C$
$\frac{u'(x)}{1+u^2(x)}$	$\arctg(u(x)) + C$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{1-u^2(x)}}$	$\arcsin(u(x)) + C$
$u'(x)a^{u(x)}$	$\frac{a^{u(x)}}{\ln a} + C$
$u'(x) \sinh(u(x))$	$\cosh(u(x)) + C$
$u'(x) \cosh(u(x))$	$\sinh(u(x)) + C$
$u'(x) \sin(u(x))$	$-\cos(u(x)) + C$
$u'(x) \cos(u(x))$	$\sin(u(x)) + C$
$u'(x) \operatorname{tg}(u(x))$	$\ln \sec(u(x)) + C$
$u'(x) \sec^2(u(x))$	$\operatorname{tg}(u(x)) + C$
$u'(x) \sec(u(x)) \operatorname{tg}(u(x))$	$\sec(u(x)) + C$

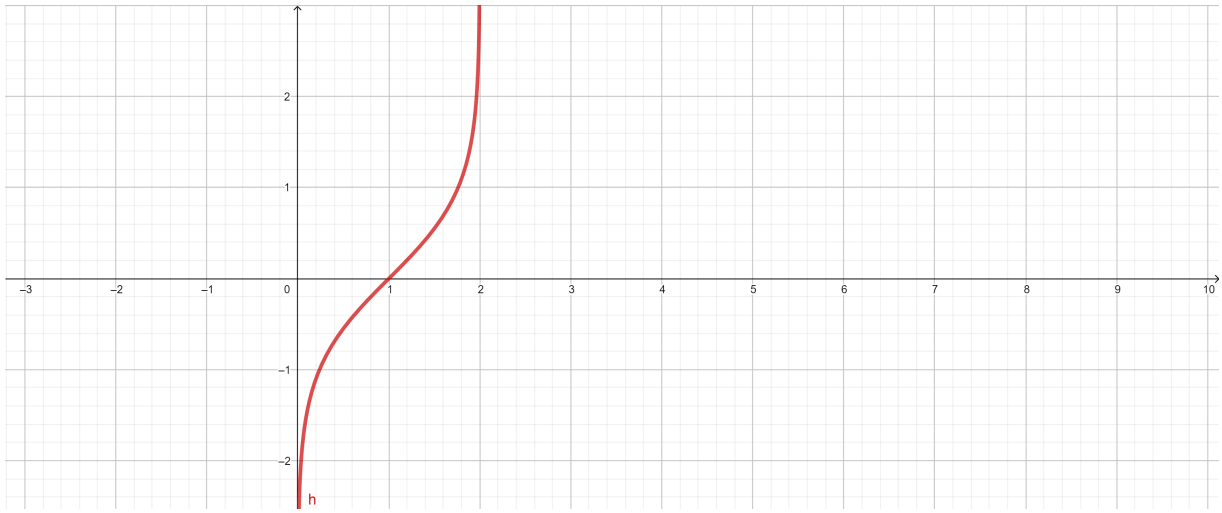
Fórmula de Primitivação por Partes:

$$\int f(x)g(x) dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x) dx$$

sendo F uma primitiva de f .

Atenção: Respostas sem justificação não serão consideradas.

1. Na figura está traçado o gráfico de uma função h de domínio $]0, 2[$:



- (a) Das afirmações abaixo, indique apenas a incorrecta:

- (A) $h'(1) > 0$ (B) O gráfico de h^{-1} admite assíntotas verticais
(C) A função h^{-1} é limitada (D) $(1, 0)$ é um ponto de inflexão do gráfico de h

Resposta: _____

- (b) Com base no estudo do gráfico de h^{-1} , posso ainda concluir que a função f definida por

$$f(x) = 1 - h^{-1}(x)$$

admite como assíntotas horizontais:

- (A) As rectas $y = -1$ e $y = 1$ (B) As rectas $y = 0$ e $y = 2$
(C) As rectas $y = -2$ e $y = 0$ (D) Nenhuma das anteriores.

Resposta: _____

- (c) Com base no estudo do gráfico de h , posso ainda concluir que a função g definida por

$$g(x) = |h(x - 1)| :$$

- (A) É par (B) É ímpar
(C) É injectiva (D) Nenhuma das anteriores.

Resposta: _____

2. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e f uma função definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - x} \sin(\pi x) & , \text{se } |x| > 1 \\ a & , \text{se } x = 1 \\ \ln(x^2 + 2x + 1) - b & , \text{se } |x| < 1 \end{cases}$

i) Determine para que valores de a, b a função f é contínua em $x = 1$.

ii) Determine $f'(1)$, caso exista.

iii) Escreva a equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $x = 0$.

Nota: Se não resolveu o item i) considere $a = -\frac{1}{3}$ e $b = \frac{2}{3}$.

3. Usando a regra de L'Hôpital, calcule $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \sin(x))^{\frac{1}{x}}$.

4. Determine os extremos relativos e absolutos da função f definida por $f(x) = 3x - 4\sqrt[4]{x^3}$ no intervalo fechado $[0, 4]$.

5. Calcule apenas duas das seguintes primitivas:

(a) $\int \frac{5^{\sqrt{1-x}}}{\sqrt{1-x}} dx$

(b) $\int \frac{1}{(x^2 + 1)(x^2 - 4x + 4)} dx$

(c) $\int x^2 \cos(\pi x) dx$.

Tabela 2: Cotação em valores

1.	2.	3.	4.	5.
3,0	4,0	3,0	4,0	6,0